**I ЧАСТ: ЛИНЕЙНА ЗАВИСИМОСТ И НЕЗАВИСИМОСТ НА ВЕКТОРИ.**

**1 зад**. Даден е триъгълник *АВС*, за който . Върху страните *AC* и *BC* са нанесени съответно точките *M* и *N* така, че *CM*:*MA* = 2:3 и *CN*:*NB* = 2:3.

1. Да се изразят векторите чрез и . Да се покаже, че правите *MN* и *АВ* са успоредни;
2. Да се докаже, че правите *AN* и *BM* имат точно една обща точка.

**2 зад.** Даден е успоредник *ABCD*, за който , точката , а точката *P* е от страната *BC* такава, че *BP*:*PC* = 3:1.

1. Да се изразят векторите чрез и ;
2. Ако точката *Q* е от страната *AD* такава, че *AQ*:*QD* = 1:3, да се докаже, че точките *P*, *Q* и *О* са колинеарни.

**3 зад.** Даден е успоредник *ABCD*, за който , точката . Точките M и N са медицентровете съответно на триъгълник ABD и триъгълник ABC.

1. Да се изразят векторите чрез и ;
2. Да се покаже, че правите *MN* и *АВ* са успоредни.

**4 зад.** Даден е тетраедър *OABC*, за който . Точките *А1*, *C1* и *O1* са медицентровете съответно на триъгълниците: *BOC*, *AOB* и *ABC*.

1. Да се изразят медианите на тетраедъра чрез , и ;
2. Да се докаже, че векторите са линейно независими;
3. Да се докаже, че векторите са линейно зависими, т.е. четирите точки *A*, *C*, *А1* и *C1­* лежат в една равнина. От двете подусловия b) и c) следва, че двете прави *AА1* и *СС1* се пресичат в единствена точка *М*;
4. Да се докаже, че намерената по-горе точка *М* лежи и на третата медиана *OO*1 и да се намерят отношенията, в които т. *М* дели всяка от медианите.

**5 зад.** Даден е тетраедър *OABC*, за който . Точките *М*, *N*, *P* и *Q* са медицентровете съответно на триъгълниците: *AOB,* *BOC*, *ABC* и *АОС*. Да се докаже, че следните прави са две по две успоредни: *MN* и *АС*, *MQ* и *ВС*, *QN* и *AB*, *MP* и *ОС*, *NP* и *ОА*, *PQ* и *ОВ*.